Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen, Dr. M. Lange

WS 03/04

Übungen zur Vorlesung
Informatik I

Musterlösungen zu Blatt 0

Lösung zu Aufgabe S-1:

algorithm kgV
  input n, m : **nat**
  output : **nat**
  result kleinstes gemeinsames Vielfaches von n und m
  begin
    if $n = 1$ **then** m
    else *wähle einen Primteiler* p *von* n
      if p *teilt* m **then** $p \cdot$ kgV(n/p, m/p)
      else $p \cdot$ **kgV**(n/p, m)
  end

Lösung zu Aufgabe S-2:
Konvention: / bezeichne die Division auf natürlichen Zahlen, mod den Rest bei Division.

algorithm div
  input a, b, z : bf nat
  output : **nat**
  pre $0 < b < 10$, a gegeben als Dezimaldarstellung $a_m \ldots a_0$
  result die z-te Ziffer von a geteilt durch b
  begin
    if $a_m > b$ **then**
      if $z = 0$ **then** a_m/b
      else div($(a_m \bmod b) \cdot 10^m + \sum_{i=0}^{m-1} a_i \cdot 10^i$, b, $z - 1$)
    else
      if $z = 0$ **then** $(10 * a_m + a_{m-1})/b$
      else div($((10 * a_m + a_{m-1}) \bmod b) \cdot 10^{m-1} + \sum_{i=0}^{m-2} a_i \cdot 10^i$, b, $z - 1$)
  end

Lösung zu Aufgabe S-3:
Felder können als Paare von natürlichen Zahlen aufgefasst werden. Daher sinnvoller Typ: $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

algorithm springer
  input (x, y) : **nat** $\times$ **nat**, (x_0, y_0) : **nat** $\times$ **nat**, n : **nat**
  output : **bool**

result Kann das Feld (x_0, y_0) von (x, y) aus in höchstens n Schritten erreicht werden?
begin
  if $x = x_0 \wedge y = y_0$ **then** *true*
  else if $n = 0$ **then** *false*
    else *wähle* (x', y') *aus* $\{(x+2, y+1), (x+2, y-1), (x-2, y+1), (x-2, y-1), (x+1, y+2), (x+1, y-2), (x-1, y+2), (x-1, y-2)\} \cap \mathbb{N} \times \mathbb{N}$
      springer((x', y'), (x_0, y_0), $n-1$)
end

Aufruf des Algorithmus mit **springer**($(0,0)$, f, n), wobei f das zu erreichende Feld und n die maximale Anzahl der Züge ist.
Der Algorithmus ist nicht determiniert, da er je nach Wahl des nächsten Zuges das Feld f schließlich erreichen kann oder auch nicht und somit sowohl *true* als auch *false* als Antwort liefern kann.

Lösung zu Aufgabe S-4:
Der Algorithmus liefert bei jeder Eingabe *true*, d.h. er ist korrekt genau dann wenn ein Springer in beliebig vielen Schritten jedes Feld auf dem unendlichen Schachbrett erreichen kann. Das dies der Fall ist, zeigen wir per Induktion über die Entfernung e eines Feldes (x, y) zu der linken unteren Ecke. Diese sei einfach als $x + y$ definiert.

Induktionsanfang: $e(x, y) = 0$ gdw. $x = 0$ und $y = 0$. Das Feld $(0, 0)$ links unten ist in 0 Schritten von sich selbst aus zu erreichen.

Induktionschritt: Sei jetzt angenommen, dass sich ein beliebiges Feld (x, y) in Entfernung e von der linken, unteren Ecke in beliebig vielen, z.B. n Schritten erreichen läßt. Wir müssen zeigen, dass sich dann auch ein Feld in Entfernung $e + 1$ erreichen läßt.

Wenn ein Feld Entfernung $e + 1$ hat, so hat das Feld darunter und das links daneben Entfernung e. Umgekehrt: Wir müssen zeigen, dass sich von jedem Feld aus das darüber und das rechts daneben erreichen läßt. Das folgendes Bild verdeutlicht, wie sich die zwei Positionen $(x + 1, y)$ und $(x, y + 1)$ von (x, y) in 3 weiteren Schritten erreichen lassen.