

## Übungen zur Vorlesung Informatik I

### Musterlösungen zu Blatt 7

#### Lösung zu Aufgabe S-28:

a) Ausgewertet werden  $x \ \&\& \ (\text{not } y) \ || \ (\text{not } x) \ || \ y, x \ \&\& \ (\text{not } y) \ || \ (\text{not } x),$   
 $x \ \&\& \ (\text{not } y), x, (\text{not } x), x.$  Nicht ausgewertet werden  $(\text{not } y), y, y.$

b) Ausgewertet werden  $\text{if not } (x=y) \ \text{then } x \ | \ y \ \text{else } x \ \&\& \ y, \text{not } (x=y), (x=y), x, y,$   
 $x \ | \ y, x, y.$  Nicht ausgewertet werden  $x \ \&\& \ y, x, y.$

c) Ausgewertet wird alles:  $f \ x \ (g \ y), x, (g \ y), y.$

#### Lösung zu Aufgabe S-29:

Nach dem "Satz von der partiellen Korrektheit" reicht es aus, folgende zwei Aussagen zu beweisen:

1. für alle  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  wird bei Ausführung von  $\text{lgz } n$  die Funktion  $\text{lgz}$  nur für Werte aus  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$  rekursiv aufgerufen.
2. für alle  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  liefert  $\text{lgz } n$  den Wert  $\lceil \log_2(n) \rceil$ , vorausgesetzt dass dies für alle Werte gilt, für die  $\text{lgz}$  rekursiv aufgerufen wird.

Ad 1.: Für  $n = 1$  erfolgt kein rekursiver Aufruf, und für  $n \geq 2$  einer mit  $\lfloor n/2 \rfloor \geq 1$ .

Ad 2.: Für  $n = 1$  ist  $\text{lgz}(1) = 0 = \lceil \log_2(1) \rceil$ . Für  $n \geq 2$  ungerade ist

$$\begin{aligned} \text{lgz}(n) &= \text{lgz}(n+1) && \text{nach Definition} \\ &= \lceil \log_2(n+1) \rceil && \text{nach Voraussetzung} \\ &= \lceil \log_2(n) \rceil && \text{da } n \text{ ungerade ist.} \end{aligned}$$

Für  $n \geq 2$  gerade ist

$$\begin{aligned} \text{lgz}(n) &= \text{lgz}(n/2) + 1 && \text{nach Definition} \\ &= \lceil \log_2(n/2) \rceil + 1 && \text{nach Voraussetzung} \\ &= \lceil \log_2(n) \rceil - 1 + 1 \\ &= \lceil \log_2(n) \rceil . \end{aligned}$$

#### Lösung zu Aufgabe S-30:

- a) 1.  $\emptyset, 3^*(\text{let } x=4 \ \text{in } x+1) - \text{if } 2>0 \ \text{then } 10 \ \text{else } 5 \rightarrow 5$  wegen 2,9  
2.  $\emptyset, 3^*(\text{let } x=4 \ \text{in } x+1) \rightarrow 15$  wegen 3,4  
3.  $\emptyset, 3 \rightarrow 3$   
4.  $\emptyset, \text{let } x=4 \ \text{in } x+1 \rightarrow 5$  wegen 5,6  
5.  $\emptyset, 4 \rightarrow 4$   
6.  $\{\langle x, 4 \rangle\}, x+1 \rightarrow 5$  wegen 7,8

7.  $\{\langle x, 4 \rangle\}, x \rightarrow 4$
8.  $\{\langle x, 4 \rangle\}, 1 \rightarrow 1$
9.  $\emptyset, \text{if } 2 > 0 \text{ then } 10 \text{ else } 5 \rightarrow 10$  wegen 10,13
10.  $\emptyset, 2 > 0 \rightarrow \text{true}$  wegen 11,12
11.  $\emptyset, 2 \rightarrow 2$
12.  $\emptyset, 0 \rightarrow 0$
13.  $\emptyset, 10 \rightarrow 10$

- b) 1.  $\emptyset, \text{let rec pow} = \text{fun } (n,m) \rightarrow \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n,m-1) \text{ in}$   
 $\text{pow } (3,2) \rightarrow 9$  wegen 2
2.  $U_1, \text{pow } (3,2) \rightarrow 9$  wegen 3,4,5
  3.  $U_1, \text{pow} \rightarrow (\text{fun } (n,m) \rightarrow \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n,m-1), U'_1)$
  4.  $U_1, (3,2) \rightarrow (3,2)$
  5.  $U_2, \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n,m-1) \rightarrow 9$  wegen 6,9
  6.  $U_2, m=1 \rightarrow \text{false}$  wegen 7,8
  7.  $U_2, m \rightarrow 2$
  8.  $U_2, 1 \rightarrow 1$
  9.  $U_2, n * \text{pow } (n,m-1) \rightarrow 9$  wegen 10,11
  10.  $U_2, n \rightarrow 3$
  11.  $U_2, \text{pow } (n,m-1) \rightarrow 3$  wegen 12,13,18
  12.  $U_2, \text{pow} \rightarrow (\text{fun } (n,m) \rightarrow \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n,m-1), U'_2)$
  13.  $U_2, (n,m-1) \rightarrow (3,1)$  wegen 14,15
  14.  $U_2, n \rightarrow 3$
  15.  $U_2, m-1 \rightarrow 1$  wegen 16,17
  16.  $U_2, m \rightarrow 2$
  17.  $U_2, 1 \rightarrow 1$
  18.  $U_3, \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n,m-1) \rightarrow 3$  wegen 19,22
  19.  $U_3, m=1 \rightarrow \text{true}$  wegen 20,21
  20.  $U_3, m \rightarrow 1$
  21.  $U_3, 1 \rightarrow 1$
  22.  $U_3, n \rightarrow 3$

wobei

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \{\langle \text{pow}, \text{pow} = \text{fun } (n,m) \rightarrow \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n,m-1) \rangle\} \\
 U'_1 &= U_1 \\
 U_2 &= U_1 + \{\langle n, 3 \rangle, \langle m, 2 \rangle\} \\
 U'_2 &= U_1 \\
 U_3 &= U_2 + \{\langle n, 3 \rangle, \langle m, 1 \rangle\}
 \end{aligned}$$